

## 高2数学 基本問題演習 演習 26. 図形と方程式(2)

1 [ I . 2005 京都産業大 II . 2004 駒澤大 ]

I . 円  $O : x^2 + 4x + y^2 - 8y = 0$  の中心の座標と半径を求めよ。また、原点において円  $O$  に外側から接し、半径が  $\sqrt{5}$  である円の方程式を求めよ。

II . 3 点  $O(0, 0)$ ,  $A(7, 2)$ ,  $B(3, 6)$  について、次のものを求めよ。

- (1)  $\triangle OAB$  の重心の座標
- (2)  $\triangle OAB$  の垂心の座標
- (3)  $\triangle OAB$  の外心の座標
- (4)  $\triangle OAB$  の面積
- (5)  $\triangle OAB$  の外接円の方程式

2 [ I . 2022 横浜市立大 II . 2015 大分大 ]

I . 円  $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$  の中心を  $C$  とおき、この円と直線  $y = x + 2$  の2つの交点を  $A$ ,  $B$  とおくと、三角形  $ABC$  の面積を求めよ。

II .  $a$  を実数とする。円  $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 15 = 0$  と直線  $y = ax + 1$  が異なる2点  $A$ ,  $B$  で交わっている。

- (1)  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (2) 弦  $AB$  の長さが最大になるときの  $a$  の値を求めよ。
- (3) 弦  $AB$  の長さが2になるときの  $a$  の値を求めよ。

3 [2024 慶応義塾大]

円  $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 11 = 0$  を  $C$  とするとき、円  $C$  の中心の座標は  $\text{ア}$   であり、半径は  $\text{イ}$   である。また、この円  $C$  には点  $P(3, 2)$  から2本の接線を引くことができるが、その接点の1つを  $A$  とする。このとき、線分  $AP$  の長さは  $AP = \text{ウ}$   である。

4 [(1) 2002 南山大 (2) 2009 慶応義塾大]

(1) 円  $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 10$  に原点から引いた2本の接線の方程式を求めよ。また、円周上の点  $(6, 8)$  で接線を引くとき、3本の接線で作られる三角形の面積を求めよ。

(2) 点  $(3, 1)$  から円  $x^2 + y^2 = 5$  に2本の接線を引き、その2つの接点をそれぞれ  $A$ ,  $B$  とする。このとき、2点  $A$ ,  $B$  を通る直線の方程式は  $y = \text{ア}$   である。

## 高2数学 基本問題演習 演習 26. 図形と方程式(2)

5 [慶応義塾大]

円  $C: x^2 + y^2 = 5$  に  $C$  の外部の点  $P(a, b)$  から 2 本の接線を引き、その 2 つの接点をそれぞれ  $A, B$  とする。直線  $AB$  を  $l$  とする。

(1)  $l$  の方程式を求めよ。

(2)  $l$  上の点で円  $C$  の外部にある点を  $P'$  をとる。 $P'$  から円  $C$  に引いた 2 本の接線の 2 つの接点を通る直線は  $P$  を通ることを示せ。

6 [2005 宮崎大]

2 つの円  $C_1: x^2 + y^2 = 4$ ,  $C_2: (x-4)^2 + y^2 = 1$  の両方に接する直線は全部で 4 本ある。

この 4 本の直線の方程式を求めよ。

7 [(1) 2008 慶応義塾大 (2) 2009 防衛医科大学校]

(1)  $\alpha > -5$  とし、 $xy$  平面上の 2 つの円  $O_1: x^2 + y^2 = 1$ ,  $O_2: x^2 + 2x + y^2 - 4y - \alpha = 0$  を考える。この 2 円が 2 点で交わるような  $\alpha$  の値の範囲は  $\alpha$   である。また、このと

きその 2 つの交点を通る直線の方程式は  $y =$   である。

(2) 2 つの円  $C_1: x^2 + y^2 + 2x + 2y = 2$  と  $C_2: x^2 + y^2 - 2ax - 4y = -4$  が外接しているとき、接点における共通接線の傾きと  $y$  切片の和はいくらか。ただし、 $a > 0$  であるとする。

8 [I. 近畿大 II. 2004 近畿大 III. 2000 創価大 IV. 2004 山形大]

I. 2 直線  $2x - y - 1 = 0$ ,  $3x + 2y - 3 = 0$  の交点を  $P$  とするとき

(1) 点  $P$  と点  $(-1, 1)$  を通る直線の方程式を求めよ。

(2) 点  $P$  を通り、直線  $2x - 3y = 0$  に平行な直線の方程式を求めよ。

(3) 点  $P$  を通り、直線  $x + 3y = 0$  に垂直な直線の方程式を求めよ。

II. 円  $x^2 + y^2 = 25$  と直線  $y = x + 1$  を考える。

(1) 円と直線の交点を  $x$  座標が小さい順に  $A, B$  とするとき、 $A, B$  の座標を求めよ。

(2)  $O$  を原点とすると、3 点  $O, A, B$  を通る円の方程式を求めよ。

III. 2 つの円  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$  の 2 つの交点を通る円が直線  $y = x$  と接するとき、その円の中心と半径を求めよ。

## 高2数学 基本問題演習 演習 26. 図形と方程式(2)

IV.  $xy$  平面上に2つの放物線  $C_1: y=x^2-2$  と  $C_2: x=y^2-2$  がある.

- (1)  $C_1, C_2$  の概形をかけ.
- (2)  $C_1$  と  $C_2$  のすべての交点の座標を求めよ.
- (3)  $C_1$  と  $C_2$  のすべての交点を通る円が存在することを証明し, その中心と半径を求めよ.

### 9 [立命館大]

実数  $k$  に対して, 曲線  $C_k: x^2 + y^2 + 3kx + (k-2)y - 6k - 4 = 0$  を考える.

- (1) すべての  $C_k$  が通る点があれば, それをすべて求めよ.
- (2) どの  $C_k$  も通らない点があれば, それをすべて求めよ.

### 10 [I. 2008 甲南大 II. 2014 慶応義塾大]

I.  $r$  を正の実数とする. 放物線  $C_1: y=x^2$  と円  $C_2: x^2 + (y-1)^2 = r^2$  について, 次の問いに答えよ.

- (1)  $r=1$  のとき, 放物線  $C_1$  と円  $C_2$  の共有点の座標を求めよ.
- (2) 放物線  $C_1$  と円  $C_2$  が共有点をもつような  $r$  の値の範囲を求めよ.
- (3) 放物線  $C_1$  と円  $C_2$  の共有点の個数が,  $r$  の値によってどのように変化するか調べよ.

II.  $a, b$  を  $a > 0, b > 1$  となる実数とする. 放物線  $y = -ax^2 + b$  と円  $x^2 + y^2 = 1$  の共有点が2個であるための必要十分条件は,  $b = \sup \square$  かつ  $a > \sup \square$  が成り立つことである. ただし,  $\sup \square$  には  $a$  の式,  $\sup \square$  には数を記入すること.