高2数学　基本問題演習　37. 平面ベクトル(3)

$\boxed{1}$［Ⅰ．2003 小樽商科大　Ⅱ．2012 岡山大］

Ⅰ．O(0，0)，A(1，3)，B(2，1)，$\overrightarrow{OA'}=3\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB'}=2\overrightarrow{OB}$とする．このとき直線AB′と直線A′Bの交点の座標を求めよ．

Ⅱ．四角形ABCDは平行四辺形ではないとし，辺AB，BC，CD，DAの中点をそれぞれP，Q，R，Sとする。

(1)　線分PRの中点Kと線分QSの中点Lは一致することを示せ。

(2)　線分ACの中点Mと線分BDの中点Nを結ぶ直線は点Kを通ることを示せ。

$\boxed{2}$［2007 湘南工科大　2003 千葉工業大　2006 神戸大］

Ⅰ．2つのベクトル$\vec{a}=(0,\ 2)$，$\vec{d}=(1,\ 2)$がある。定点A$(\vec{a})$を通り，$\vec{d}$に平行な直線の方程式を求めよ。

Ⅱ．座標平面上に3点O(0，0)，A(0，5)，B(6，2)をとり，点Pを

$\overrightarrow{OP}=(1-t)\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$　(tは実数)によって定める．

$|\overrightarrow{OP}|$は$t=$ ア$\boxed{}$のときに最小となり，最小値は イ$\boxed{}$である．

また，tが$0\leqq t\leqq 1$の範囲を動くとき，Pが描く図形の長さは ウ$\boxed{}$である．

Ⅲ．平面上に原点Oから出る，相異なる2本の半直線OX，OYをとり，$\angle XOY<180°$とする。半直線OX上にOと異なる点Aを，半直線OY上にOと異なる点Bをとり，$\vec{a}=\overrightarrow{OA}$，$\vec{b}=\overrightarrow{OB}$とおく。

(1)　点Cが$\angle XOY$の二等分線上にあるとき，ベクトル$\vec{c}=\overrightarrow{OC}$はある実数$t$を用いて，

$\vec{c}=t\left(\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}+\dfrac{\vec{b}}{|\vec{b}|}\right)$と表されることを示せ。

(2)　$\angle XOY$の二等分線と$\angle XAB$の二等分線の交点をPとおく。OA＝2，OB＝3，AB＝4のとき，$\vec{p}=\overrightarrow{OP}$を，$\vec{a}$と$\vec{b}$を用いて表せ。

$\boxed{3}$［2014 岩手大］

点P(5，-1)を通り，$\vec{n}=(1,\ 2)$が法線ベクトルである直線の方程式を求めよ。また，この直線と直線$x-3y-2=0$とのなす角αを求めよ。ただし，$0°\leqq\alpha\leqq 90°$とする。

高2数学　基本問題演習　37. 平面ベクトル(3)

$\boxed{4}$［2007 東北学院大　2008 明治学院大］

Ⅰ．平面上に定点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$があり，$|\vec{a}-\vec{b}|=5$，$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=6$ を満たしているとき，次の問いに答えよ。

(1)　内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(2)　点 P$(\vec{p})$に関するベクトル方程式 $|\vec{p}-\vec{a}+\vec{b}|=|2\vec{a}+\vec{b}|$ で表される円の中心の位置ベクトルと半径を求めよ。

(3)　点 P$(\vec{p})$ に関するベクトル方程式 $(\vec{p}-\vec{a})\cdot(2\vec{p}-\vec{b})=0$ で表される円の中心の位置ベクトルと半径を求めよ。

Ⅱ．点 A，B および P の位置ベクトルを，それぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ および $\vec{p}$ で表す。P が $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=2|\overrightarrow{\mathrm{BP}}|$ を満たしながら動くとき，$\vec{p}$ の方程式は，c_1，c_2，c_3 および c_4 を定数として，$|\vec{p}-c_1\vec{a}-c_2\vec{b}|^2=|c_3\vec{a}+c_4\vec{b}|^2$ と表される。このとき，c_1，c_2，c_3，c_4 の値を求めよ。

$\boxed{5}$［2000 東京工科大］

O を原点とする座標平面上に，2 点 A(2，0)，B$(-1，\sqrt{3})$ と実数 s，t に対して $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ で定められる点 P がある．

(1)　$s=1$，$t=\sqrt{2}$ のとき，点 P の座標は $^{ア}\boxed{}$ である．また，このとき，

$\tan\angle\mathrm{AOP}=$ $^{イ}\boxed{}$ である．

(2)　$s=1$，$t>0$ のとき，点 P は直線 $^{ウ}\boxed{}$ の $y>0$ の部分に存在する．

(3)　点 P の存在範囲が

［1］　線分 AB であるのは $^{エ}\boxed{}$ かつ $^{オ}\boxed{}$ のときである．

［2］　三角形 OAB の周または内部であるのは $^{カ}\boxed{}$ かつ $^{キ}\boxed{}$ のときである．

［3］　直線 $y=\sqrt{3}x$ であるのは $^{ク}\boxed{}$ のときである．

$^{エ}\boxed{}$，$^{オ}\boxed{}$，$^{カ}\boxed{}$，$^{キ}\boxed{}$，$^{ク}\boxed{}$ の解答群

①　$s+t=0$　②　$s-t=0$　③　$s+t=1$　④　$s+\sqrt{3}t=0$

⑤　$\sqrt{3}s+t=0$　⑥　$s+t\geqq 1$　⑦　$s-t\geqq 1$　⑧　$s+t\leqq 1$

⑨　$s\geqq 0$，$t\geqq 0$　⓪　$s\leqq 0$，$t\leqq 0$

高2数学　基本問題演習　37. 平面ベクトル(3)

$\boxed{6}$ [Ⅰ．2003 大阪歯科大　Ⅱ．2012 上智大]

Ⅰ．O を原点とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(2,\ 1)$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=(1,\ 2)$ とする．$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする．実数 s，t が次の条件を満たすとき，点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の存在範囲を図示せよ．

(1)　$0\leqq s\leqq 2$，$t=0$

(2)　$0\leqq s\leqq 2$，$1\leqq t\leqq 2$

(3)　$s\geqq 0$，$t\geqq 0$，$s+2t\leqq 2$

Ⅱ．△OAB に対し，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$s\geqq 0$，$t\geqq 0$ とする。
また，△OAB の面積を S とする。

(1)　$1\leqq s+t\leqq 3$ のとき，点 P の存在しうる領域の面積は S の何倍か答えよ。

(2)　$1\leqq s+2t\leqq 3$ のとき，点 P の存在しうる領域の面積は S の何倍か答えよ。

$\boxed{7}$ [岐阜大]

平面上に三角形 ABC がある．実数 k に対して，点 P が，$\overrightarrow{\mathrm{PA}}+2\overrightarrow{\mathrm{PB}}+3\overrightarrow{\mathrm{PC}}=k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を満たすものとする．

(1) $k=0$ のとき，点 P の位置を求めよ．

(2) k が実数全体を動くとき，点 P の軌跡を求めよ．

(3) 点 P が三角形 ABC の内部にあるような k の範囲を求めよ．